حول خلائط للتوزيعات الأسي أسية

مها علي دحلان الدحلان

بحث مقدم لنيل درجة دكتوراه الفلسفة في العلوم
(رياضيات / إحصاء رياضي)

كلية التربية للبنات بجدة / الأقسام العلمية
جامعة الملك عبد العزيز– جدة
صفر ١٤٣١هـ– فبراير ٢٠١٠م

On Mixtures of Exponentiated Exponential Distribution

Maha Ali Dahlan Al-Dahlan

A thesis submitted for the requirements of the degree
of Doctor of philosophy
(mathematics- mathematical statistics)

FACULTY OF GIRLS COLLEGE OF EDUCATION- SCIENCE SECTION
KING ABDULAZIZ UNIVERSITY- JEDDAH
SAFAR 1431 H/ FEBRUARY 2010 G

المحتويات
TABLE OF CONTENTS

نموذج إجازة الرسالة أ

الإهداء ب

شكر وتقدير ج

المستخلص د

قائمة المحتويات ح

قائمة الأشكال م

قائمة الجداول ن

قائمة الرموز والمصطلحات ق

الفصل الأول: الخليط المكون من توزيعين من التوزيعات الأسي أسية

(١-١) مقدمة ٢

(١-٢) مفاهيم أساسية ٣

(١-٢-١) الخليط من k من التوزيعات ٣

(١-٢-٢) قابلية التعرف للخلائط ٥

(١-٢-٣) الإحصاءات المرتبة ٧

(١-٢-٤) القيم المسجلة ٨

(١-٢-٥) العينات المراقبة ١٠

(١-٢-٦) مصفوفة معلومات فيشر ١٠

(١-٣) التوزيع الأسي أسي وخواصه ١٢

(١-٣-١) مقدمة ١٢

(١-٣-٢) خواص التوزيع ١٤

(١-٤) الخليط المكون من توزيعين من التوزيعات الأسي أسية ١٨

(١-٤-١) مراجعة للأدبيات ١٩

(١-٤-٢) الخليط من k من التوزيعات الأسي أسية ٢٨
(١-٤-٣) قابلية التعرف لخليط من توزيعين من التوزيعات الأسي أسية ٣١
(١-٤-٤) العزوم اللا المركزية ٣٥
(١-٤-٥) الدالة المولدة للعزوم ٣٦
(١-٤-٦) بعض مقاييس النزعة المركزية ٣٧
(١-٤-٧) بعض مقاييس التشتت ٤٠
(١-٤-٨) دالة التمييز غير الخطية لخليط من توزيعين من التوزيعات الأسي أسية ٤٩
(١-٤-٩) العلاقة بين خلائط من k من التوزيعات الأسي أسية وخلائط من k من توزيعات أخرى ٥٣
(١-٤-١٠) دالة معدل الفشل ٦٢
(١-٤-١١) متوسط الحياة المتبقية ٦٤
(١-٤-١٢) صفات خلائط التوزيعات الأسي أسية ٦٧
(١-٤-١٣) خلائط جاما من التوزيع الأسي أسي ٧٦

الفصل الثاني: الاستدلال الإحصائي حول معالم خليط من توزيعين من التوزيعات الأسي أسية

(٢-١) التقدير غير البييزي ٨٤
(٢-١-١) مصفوفة معلومات فيشر ٨٤
(٢-١-٢) مقدرات الإمكان الأكبر ٨٨
(٢-١-٣) مقدرات طريقة العزوم ٩١
(٢-١-٤) مقدرات تعتمد على المئينات ٩٢
(٢-١-٥) مقدرات المربعات الصغرى و المربعات الصغرى المرجحة ٩٣
(٢-١-٦) النتائج و المقارنات العددية ٩٥
(٢-٢) التقدير البييزي ١٠١
(٢-٢-١) اختيار التوزيع القبلي ١٠٢
(٢-٢-٢) صيغة ليندلي التقريبية ١٠٣
(٢-٢-٣) مقدر بييز لمتجه المعالم $\boldsymbol{\Omega} = (\alpha_1, \alpha_2)$. ١٠٤
(٢-٢-٤) تقدير بييز لمتجه المعالم باعتبار دالة الخسارة التربيعية ١٠٨
(٢-٢-٥) تقدير بييز لمتجه المعالم باعتبار دالة خسارة LINEX ١١٢

(٢-٢-٦) دراسة المحاكاة ١١٧
(٢-٢-٧) النتائج العددية والمقارنات ١٢٠

الفصل الثالث: الإحصاءات المرتبة من خليط من توزيعين من التوزيعات الأسي أسية

(٣-١) عزوم الإحصاءات المرتبة ١٢٢
(٣-١-١) العزوم المفردة للإحصاءات المرتبة ١٢٣
(٣-١-٢) العزوم المزدوجة للإحصاءات المرتبة ١٣٣
(٣-١-٣) العزوم الثلاثية للإحصاءات المرتبة ١٤١
(٣-١-٤) العزوم الرباعية للإحصاءات المرتبة ١٤٥
(٣-٢) العلاقات الارتدادية بين عزوم الإحصاءات المرتبة ١٥٠
(٣-٢-١) العلاقات الارتدادية بين العزوم المفردة للإحصاءات المرتبة ١٥٠
(٣-٢-٢) العلاقات الارتدادية بين العزوم المزدوجة للإحصاءات المرتبة ١٥٤
(٣-٢-٣) العلاقات الارتدادية بين العزوم الثلاثية للإحصاءات المرتبة ١٥٨
(٣-٢-٤) العلاقات الارتدادية بين العزوم الرباعية للإحصاءات المرتبة ١٥٩
(٣-٣) الدالة المولدة لعزوم الإحصاءات المرتبة ١٦١
(٣-٣-١) الدالة المولدة للعزوم المفردة للإحصاءات المرتبة ١٦١
(٣-٣-٢) الدالة المولدة للعزوم المزدوجة للإحصاءات المرتبة ١٦٢
(٣-٣-٣) الدالة المولدة للعزوم الثلاثية للإحصاءات المرتبة ١٦٦
(٣-٣-٤) الدالة المولدة للعزوم الرباعية للإحصاءات المرتبة ١٦٨
(٣-٤) العلاقة الارتدادية بين الدوال المولدة للعزوم المفردة للإحصاءات المرتبة ١٧٠
(٣-٥) خاصية مميزة لخليط من توزيعين من التوزيعات الأسي أسية ١٧٢
(٣-٦) الاستدلال الإحصائي بالاعتماد على الإحصاءات المرتبة من خليط من التوزيعات الأسي أسية ١٧٦
(٣-٧) مصفوفة معلومات فيشر لعينات مراقبة من النوع الثاني من خليط من توزيعين من التوزيعات الأسي أسية ١٨٣

الفصل الرابع: القيم المسجلة من خليط من توزيعين من التوزيعات الأسي أسية

(٤-١) عزوم القيم المسجلة الدنيا ١٨٨

(٤-١-١) العزوم المفردة للقيم المسجلة الدنيا ١٩٠

(٤-١-٢) العزوم المزدوجة للقيم المسجلة الدنيا ١٩٦

(٤-١-٣) العزوم الثلاثية للقيم المسجلة الدنيا ٢٠٥

(٤-١-٤) العزوم الرباعية للقيم المسجلة الدنيا ٢٠٧

(٤-٢) العلاقات الارتدادية بين عزوم القيم المسجلة ٢١١

(٤-٢-١) العلاقات الارتدادية بين العزوم المفردة للقيم المسجلة الدنيا ٢١١

(٤-٢-٢) العلاقات الارتدادية بين العزوم المزدوجة للقيم المسجلة الدنيا ٢١٣

(٤-٢-٣) العلاقات الارتدادية بين العزوم الثلاثية للقيم المسجلة الدنيا ٢١٧

(٤-٢-٤) العلاقات الارتدادية بين العزوم الرباعية للقيم المسجلة ٢١٨

(٤-٣) الدالة المولدة لعزوم القيم المسجلة الدنيا ٢٢٠

(٤-٣-١) الدالة المولدة للعزوم المفردة للقيم المسجلة الدنيا ٢٢٠

(٤-٣-٢) الدوال المولدة للعزوم المزدوجة للقيم المسجلة الدنيا ٢٢٢

(٤-٤) علاقات ارتدادية عامة اعتماداً على القيم المسجلة الدنيا ٢٢٧

(٤-٥) الاستدلال الإحصائي بالاعتماد على القيم المسجلة الدنيا من التوزيعات الأسي أسية ٢٣١

(٤-٦) مصفوفة معلومات فيشر لخليط من توزيعين من التوزيعات الأسي أسية اعتماداً على القيم المسجلة الدنيا ٢٣٦

الفصل الخامس: اختبارات جودة التوفيق

(٥-١) مقدمة ٢٤٧

(٥-٢) إحصاءات اختبار جودة التوفيق ٢٤٩

(٥-٢-١) إحصاءات اختبارات دالة التوزيع التجريبية المعدلة للعينات الكاملة ٢٤٩

(٥-٢-٢) إحصاءات اختبارات دالة التوزيع التجريبية المعدلة للعينات المراقبة من النوع الثاني ٢٥١

(٥-٣) القيم الحرجة لإحصاءات الاختبار ٢٥٢
(٥-٣-١) كيفية استخدام جداول القيم الحرجة ٢٥٢
(٥-٤) قوة الاختـــــــــــــــــــبار ٢٥٧

اللواحق ٢٦٨
المراجع ٢٦٩
الملاحق ٢٧٦
الملحق ١: الخوارزميات ٢٧٧
الملحق ٢: الملخص ٢٨٦

حول خلائط للتوزيعات الأسي أسية

المستخلص

قــدم التوزيع الأســـي أســـي (exponentiated exponential) أو التوزيـــع الأسي المعمم (generalized exponential) كحـــالة خاصة من توزيع وايبل الأسي (exponentiated Weibull) ذي المعالم الثلاث.

تكمن أهمية هذا التوزيع في إمكانية استخدامه بفعالية لتحليل بيانات أزمنة الحياة، إضافة إلى تفســيراته الفيــزيائية الجــيدة؛ إذ يعتــبر نظاماً متوازياً (parallel system) من n من المكونات- بمعنى أن النظام يعمل إذا كان على الأقل أحــد المكونات يعمل- و إذا كانت توزيعات أزمنة الحيــاة لهــذه المكونــات مســتقلة ومتطابقة التوزيعات، و هي متغيرات عشوائية أسية، فإن توزيع زمن الحياة لهــذا النظام يتبع التوزيع الأسي أسي.

وقد ركزت هذه الرسالة على الخليط المكون من توزيعين من التوزيعات الأســـي أسية، و كانت أهداف الدراسة الرئيسية هي تقديم الخليط محل الدراسة، تفصـــيل خصائصه وعلاقته ببعض التوزيعات الأخرى، عرض صفات خاصة بهذا الخليط، تقدير معلمتي شكل الخليط بطرق مختلفة من التقدير غير البييزي وهذه الطــرق: طريقة الإمكان الأكبر للعينات الكاملة والعينات المراقبة من النوع الأول، طريقــة العزوم، طريقة تعتمد على المئينيات، طريقة المربعــات الصـــغرى والصـــغرى

المرجحة، والمفاضلة بين مقدرات هذه الطرق عددياً باستخدام المحاكـــاة بطريقـــة مونت كارلو، تقدير معلمتي شكل الخليط ودالتي البقاء ومعدل الفشل بطريقة بييز، والمقارنة عددياً بين مقدرات كل منها بطريقة الإمكـــان الأكبـــر وطريقـــة بييـــز باستخدام نوعين لدالة الخسارة هما: دالة الخسارة التربيعية ودالة خســـارة LINEX باستخدام صيغة ليندلي التقريبية، كما كانت دراسة كل من الإحصـــاءات المرتبـــة والقيم المسجلة من الخـــليط من أهداف الرســـالة، واشـــتملت دراســـتهما علـــى الاستدلال الإحصائي حول معلمتي الشكل فـــي الحـــالتين المـــذكورتين ودراســـة مصفوفة معلومات فيشر، ولأهمية اختبارات جودة التوفيق المعدلـــة والمـــــعتمدة على دالة التوزيع التجريبية فقد كان تطبيقها على الخليط من النقاط البحثية التـــي اهتمت بها الرســـــــــــالة؛ وتم إيجاد جداول القيم الحرجة لاختبارات جـــــودة التوفيـــق: Kolmogorov-Smirnov (KS) المعـــدل، Anderson-Darling (AD) المعدل، Cramer–von Mises (CvM) المعدل من خلال عينـــات كاملـــة وعينـــات مراقبة من النوع الثاني بنسبة مراقبة 80% و90% وذلك عندما تكون معلمتا الشكل مجهولتين لأحجام مختلفة من العينات. وللحصول على النتائج المختلفـــة للدراســـة استخدم برنامج Mathematic 4.0.

حول خلائط للتوزيعات الأسي أسية

Abstract

The exponentiated exponential (EE) or generalized exponential (GE) distribution was introduce as a special case of the exponentiated Weibull with three parameters.

The significance of this distribution can be used effectively to analyze the data life times, as well as his perfect interpretations of the physical, that it is a parallel system of n components - in the sense that the system works if at least one of the components works - and whether the distributions of lifetime of these components are exponential random variables with independent and identical distributions, then the distribution of lifetime of this system follows the exponentiated exponential distribution.

This thesis concentrated on the mixture of two exponentiated exponential distributions. The main aims of this study are to present the mixture under study, discuss it's properties, study its relations with other distributions, estimate the two shape parameters by different methods of non-Bayesian estimation, and these methods are: maximum likelihood method for complete samples and censored

samples type I, moments method, percentiles method, least squares and weighted least squares, then compare the estimators and determined which kind more better than the others using Monte Carlo simulation study, estimate the two parameters, survival and failure rate functions by Bayesian method, and compare the maximum likelihood estimators and Bayesian estimators based on two kind of loss functions, that is, quadratic loss function and linear-exponential (LINEX) loss function using Lindley's approximation by Monte Carlo simulation study. Study the order statistics and record values of the mixture were also aims in this thesis, the study including the inferences based on order statistics and record values, fisher information matrices with n order statistics and record values well be drive.

Applying the goodness of fit tests based of empirical distribution function and get the critical values tables of the modified Kolmogorov-Smirnov (KS), Anderson-Darling (AD), Cramer–von Mises (CvM) goodness-of-fit tests for mixture using different sizes of complete samples and Type II censored samples with censoring fractions 80%, 90% , in case two shape parameters unknown ,

Mathematica 4.0 computer program was used to get tables, figures and numerical results.

الملخص

In this thesis the exponentiated exponential distribution (EE) or the generalized exponential distribution (GE) was considered as an important model of lifetime models in the fields of theoretical and applied research.

Ahuja and Nash (1967) were produced this distribution in the twentieth century as a special case of models made by Gempertz and Verhulast in the nineteenth century to compare the mortality tables and rates of growth. Also this distribution presented as a special case of the exponentiated Weibull with three parameters.

The significance of this distribution can be used effectively to analyze the data life times positive, as well as his perfect interpretations of the physical, that it is a parallel system of n components - in the sense that the system works if at least one of the components works - and whether the distributions of lifetime of these components are exponential random variables with independent and identical distributions, then the distribution of lifetime of this system follows the exponentiated exponential distribution. This thesis concentrated on the mixture of two exponentiated exponential distributions, and the aims of this study are:

- Present the mixture under study, discuss it's properties and study its relations with other distributions.
- Estimate the two shape parameters by different methods of non-Bayesian estimation.
- Discuss the Bayesian estimator of two shape parameters, survival function and failure rate, and compare it with maximum likelihood estimator.
- Study the order statistics and record values of the mixture.
- Applying the goodness of fit tests based on empirical distribution function and get the critical values tables.

This thesis consist of five chapters ordered as follows:

Chapter 1: some basic concepts and review of some literatures about the mixture are introduced. Then, the mixture, its Identifiability and its statistical properties are discussed. Moments, moment generating function, some measures of tendency and dispersion have been derived. And the exponential distribution was introduced as a special case of mixture when the shape parameters equal to zero. Moreover the failure rate and residual lif functions are studied.

Chapter 2: different methods of non – Bayesian estimation to estimate the shape parameters have been used, these methods are: maximum likelihood (MLE's) ,moment (MME's), percentiles (PCE's), least square error (LSE's), weighted least square error (WLSE's).

Also these parameters, survival function and failure rate are estimated by using Bayesian estimators under the squared error loss and LINEX (linear – exponential) loss functions. Then these estimators are compared with maximum likelihood estimator using Monte Carlo simulation study.

Chapter 3: the order statistics from the mixture is discussed. higher order moments, moment generating functions, recurrence relations between moments are derived. Inferences based on order statistics were made.

Chapter 4: In this section the lower record values of the mixture is studied. the different moments and moment generating function of it are derived. Finally, inferences based on order statistics have been made, and also Fisher information matrix contained in n record values is considered.

Chapter 5: Tables of critical values of the modified Kolmogorov – Smirnov (KS), Anderson – Darling (AD) and Cramer – von Mises (CvM) goodness of fit tests for the mixture with unknown shape parameters based complete and type II censored samples are given in this section using : exponentiated gamma, exponentiated Pareto and Weibull mixtures as alternative distributions. Finally a power comparison of these tests is presented in this chapter.

Mathematica 4.0 computer program is used to get our tables, figures and numerical results.

(لايوجد ملخص عربي ونتائج وتوصيات)